

**السؤال الأول : (40 درجة)**

(أ) إذا كان :  
 $\vec{A} \times \vec{B} = 8\vec{i} - 14\vec{j} + \vec{k}$  ,  $\vec{A} + \vec{B} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$   
 أوجد  $\vec{A}$  ,  $\vec{B}$

(ب) إذا كان :  
 $\vec{A} = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$  ,  $\vec{B} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$  ,  $\vec{C} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$   
 أوجد :  
 $2\vec{A} - \vec{B} + 3\vec{C}$  ,  $|3\vec{A} - 2\vec{B} + 4\vec{C}|$

(د) برهن أن :  
 (i) مساحة المثلث المكون من المتجهات  $\vec{a}$  ,  $\vec{b}$  ,  $\vec{c}$  هي :  
 $\frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a}|$   
 (ii) حجم متوازي السطوح الذي جوانبه المتجهات  $\vec{a}$  ,  $\vec{b}$  ,  $\vec{c}$  هو  $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})|$

**السؤال الثاني : (60 درجة)**

(أ) إذا كان :  
 $\vec{A} = 3x^2y\vec{i} + yz^2\vec{j} - xz\vec{k}$  ,  $f(x, y, z) = x^2yz$   
 أوجد  $\vec{\nabla} \cdot (f\vec{A})$  و  $\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} (f\vec{A})$  عند النقطة  $(1, -2, -1)$

- (ب) برهن أن  $\vec{\nabla} f$  متجه عمودي على السطح  $f(x, y, z) = c$  حيث  $c$  مقدار ثابت  
 (ج) أوجد عبارة التسارع لجسيم يتحرك على منحن بدلالة الإحداثيات القطبية  
 (د) أوجد معادلات المستقيم المماس والمستوي العمودي للمنحنى المعطى بالشكل :  
 $\vec{r}(t) = (1 + t, t^2, t^3)$  في النقطة الموافقة لـ  $t = 1$   
 (هـ) ادرس النقاط الشاذة للمنحنى المعطى بالمعادلات التالية :  
 $x = t - \sin t$  ,  $y = 1 - \cos t$

الاسم :  
الرقم :  
السنة : الثانية - رياضيات

امتحانات الفصل الأول  
للعام : 2014/2013  
المقرر : تحليل متجهات

جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات

السؤال الأول : (25 درجة)

(أ) إذا كان :

$$\vec{A} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, \quad \vec{B} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$$

أوجد :

$$(\vec{A} + 2\vec{B}) \times (2\vec{A} - \vec{B})$$

(ب) أوجد مساحة متوازي الأضلاع الذي قطريه :

$$\vec{A} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}, \quad \vec{B} = \vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$$

السؤال الثاني : (35 درجة)

(1) إذا كان :

$$\vec{A} = 3xz^2\vec{i} - yz\vec{j} + (x + 2z)\vec{k}$$

$$\vec{B} \times (\vec{B} \times \vec{A})$$

(2) إذا كان :

$$\vec{F} = x^2y\vec{i} - 2y^2z\vec{j} + xy^2z^2\vec{k}$$

أوجد :

$$\left| \frac{\partial^2 \vec{F}}{\partial x^2} \times \frac{\partial^2 \vec{F}}{\partial y^2} \right|$$

السؤال الثالث : (40 درجة)

(I)

إذا كان متجه التوضع المنحني  $\gamma$  في الفراغ :

$$\vec{r} = 3 \cos 2t \vec{i} + 3 \sin 2t \vec{j} + (8t - 4) \vec{k}$$

أوجد :

(أ) متجهات الوحدة  $\vec{T}, \vec{N}, \vec{B}$

(ب) التقوس و الالتفاف ونصف قطر الالتفاف

(II) ادرس النقاط المشارة للمنحني المعطى بالمعادلة :

$$F(x, y) = (y - 3)^2 - (x + 2)^3 = 0$$

(III) أوجد تمثيلاً وموطبياً لمنشور المنحني  $\gamma$  المعطى بالتمثيل الوسيط :

$$x = t, \quad y = \frac{1}{8} t^2$$

و أوجد مركز التقوس عند النقطة P من  $\gamma$  الموافقة للقيمة  $t = 4$

أ. د. سامي الحسين

مع أطيب الأمن بالتوفيق والنجاح

انتهت الأسئلة

مركز العلوم للخدمات الإلكترونية

خدمات إلكترونية - حاسوبية - مطبوعة

٩٦٤٨٧٧٧٧ - ٠٥٦٦٧٨٩٥٧

الاسم :  
الرقم :  
السنة : الثالثة - رياضيات

امتحانات الفصل الثاني  
للعام : 2014/2013  
المقرر : تحليل متجهات

جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات

المسألة الأولى : (30 درجة)

(أ) إذا كان :

$$\vec{A} = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}, \quad \vec{B} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}, \quad \vec{C} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

أوجد :

$$2\vec{A} - \vec{B} + 3\vec{C}, \quad |3\vec{A} - 2\vec{B} + 4\vec{C}|$$

(ب) احسب التفرق والدوران للحقل المتجهي :

$$\vec{F} = (\cos 2x, \sin 2y, \tan 2z)$$

المسألة الثانية : (35 درجة)

(1) إذا كان  $\phi = xy + yz + zx$ ,  $\vec{A} = x^2y\vec{i} + y^2z\vec{j} + z^2x\vec{k}$  أوجد :

$$\vec{A} \cdot \nabla \phi, \quad \phi \nabla \cdot \vec{A}, \quad (\nabla \phi) \times \vec{A}$$

(2) إذا كان :

$$\vec{r} = x^2y\vec{i} - 2y^2z\vec{j} + xy^2z^2\vec{k}$$

أوجد :

$$\left| \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial x^2} \times \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial y^2} \right| \text{ عند النقطة } (2, -1, 2)$$

المسألة الثالثة : (35 درجة)

(I) إذا كان متجه الموضع للمنحني  $\gamma$  في الفراغ هو :

$$\vec{r} = 3 \cos t \vec{i} + 3 \sin t \vec{j} + (4t) \vec{k}$$

أوجد :

(ج) متجهات الوحدة  $\vec{T}, \vec{N}, \vec{B}$ .

(د) تقوس والتفاف اللولب المعطى بالشكل :

$$\vec{r}(t) = (a \cos t, a \sin t, bt)$$

(II) ادرس النقاط الشاذة للمنحني المعطى بالمعادلة :

$$F(x, y) = x^3 + y^3 - 3axy = 0 ; a > 0$$

أ. د. سامي الحسين.

مع أطيب المنى بالتوفيق والنجاح.

انتهت الأسئلة.

السؤال الأول : (40 درجة)

اثبت ان :

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$$

(ب) إذا كان :

$$\vec{A} = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}, \vec{B} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}, \vec{C} = \vec{i} + 2\vec{j}$$

أوجد

$$2\vec{A} - \vec{B} + 3\vec{C}, |3\vec{A} - 2\vec{B} + 4\vec{C}|$$

(ج)

(أ) برهن ان :

$$A(1,3,-1), B(1,1,1), C(3,2,2) \text{ حيث } B \text{ هي نقطة منتصف } AC$$

ثم أوجد مساحته

$$(ii) \text{ إذا كانت } A(2,1,2), B(1,1,1), C(4,1,4) \text{ احسب } \vec{AB} \times \vec{CB} \text{ وافر النتيجة}$$

السؤال الثاني : (60 درجة)

(أ) إذا كان :

$$\vec{A} = xz\vec{i} - xy^2\vec{j} + yz^2\vec{k}, f(x,y,z) = xy^2z$$

$$\text{أوجد } \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial z} (f\vec{A}) \text{ عند النقطة } (2,-1,1)$$

(ب) إذا كان :

$$F = x + 3y^2 - z^3, G = 2x^2yz, H = 2z^2 - xy$$

أوجد قيمة :

$$\frac{\partial(F,G,H)}{\partial(x,y,z)} \text{ عند النقطة } (1,-1,0)$$

(ج) عرف التفرق والدوران ثم أثبت ان :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = 0$$

(د) أوجد معادلات المستقيم المماس والمستوي العمودي للمنحنى المعطى بالشكل :

$$\vec{r}(t) = (t-2, 3t^2+1, 2t^3) \text{ عند نقطة تقاطعه مع المستوى } yz$$

(هـ) ادرس النقاط الشاذة للمنحنى المعطى بالمعادلة التالية :

$$F(x,y) = x^3 + y^3 - 3axy = 0 ; a > 0$$

أ. د. سامي الحمين

مع أطيب الأمنيات بالتوفيق والنجاح

انتهت الأسئلة

السؤال الأول : (٣٠ درجة)

(أ) إذا كان :

$$\vec{A} = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k} , \vec{B} = -2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k} , \vec{C} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

أوجد :

$$2\vec{A} - \vec{B} + 3\vec{C} , |3\vec{A} - 2\vec{B} + 4\vec{C}|$$

(ب) احسب الفرق والتوران للحقل المتجهي :

$$\vec{F} = (\cos 2x , \sin 2y , \tan 2z)$$

(ج) أوجد الزاوية المحصورة بين المتجه الذي يصل مبدأ الإحداثيات بالنقطة  $P(1,2,3)$  والمتجه الذي يصل مبدأ الإحداثيات بالنقطة  $Q(2,-3,-1)$  ، ثم عين المتجه الذي بدايته  $P(1,2,3)$  ونهايته  $Q(2,-3,-1)$  وأوجد مقداره .

السؤال الثاني : (٧٠ درجة)

(١) إذا كان :

$$\phi = xy + yz + zx , \vec{A} = x^2y\vec{i} + y^2z\vec{j} + z^2x\vec{k}$$

أوجد :

$$\vec{A} \cdot \nabla \phi , \phi \nabla \cdot \vec{A} , (\nabla \phi) \times \vec{A}$$

(٢) إذا كان :

$$\vec{A} = 5t^2\vec{i} + t\vec{j} - t^3\vec{k} \text{ و } \vec{B} = \sin t\vec{i} - \cos t\vec{j}$$

$$\text{أوجد } \frac{d}{dt}(\vec{A} \times \vec{B}) , \frac{d}{dt}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

(٣) أوجد  $ds^2$  بدلالة الإحداثيات القطبية وعين عوامل القياس .

(٤) -١ برهن أن  $\vec{\nabla} f$  متجه عمودي على السطح  $f(x,y,z) = c$  حيث  $c$  مقدار ثابت .

-٢ أوجد معادلة المستوى المماس للسطح :

$$x^3 + 3xyz + 2y^3 - z^3 = 5 \text{ عند النقطة } P(1,1,1)$$

الاسم:  
الدرجة: 100  
المدة: ساعة ونصف

امتحان مقرر تحليل متجهات  
السنة الثامنة  
الدورة التكميلية 2016 - 2017

جامعة البعث  
كلية العلوم  
قسم الرياضيات

السؤال الأول: (15 درجة)

تحقق من صحة العلاقة  $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = (\vec{A} \cdot \vec{C}) \cdot \vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C}$  من أجل المتجهات:  
 $\vec{A} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$   
 $\vec{B} = \vec{i} - 2\vec{k}$   
 $\vec{C} = -2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

السؤال الثاني: (15 درجة)

ليكن  $\vec{F}$  حقل متجهي، أثبت أن  $\text{div rot } \vec{F} = 0$

السؤال الثالث: (20 درجة)

أوجد التكامل السطحي للحقل  $\vec{F} = z\vec{i} + zy\vec{k}$  على السطح  $S$  المعطى ومسطحاً بالمعادلات:  
 $x = u^2 + v^2$   
 $y = uv$   
 $z = u$

حيث  $0 \leq v \leq 1$  ;  $0 \leq u \leq 1$

السؤال الرابع: (40 درجة)

1. ارسم النقاط الشاذة للمنحنى:  $F(x, y) = y^2 - x^3 = 0$   
2. أوجد قاعدة تريبس  $\vec{B}, \vec{N}, \vec{T}$  والنفوس للمنحنى المعطى بالمعادلة:  
 $x = t, \quad y = t^2, \quad z = \frac{2}{3}t^3$

السؤال الخامس: (10 درجة)

1. عرف السطح البسيط والسطح البسيط محلياً.  
2. أوجد معادلة المستوى المماس للسطح  $z = x^2 + y^2$  في النقطة  $(1, 0, 0)$  منه.

انتهت الأسئلة

مدرسنا المقرر: د. سامي الحسين

مع تمنياتنا لكم بالنجاح والتوفيق  
حمص في 14-9-2017